

Zastosowanie metody VFO do sterowania pojazdami N-przyczepowymi

Naukowe seminarium wyjazdowe
Szklarska Poręba, 5-8 V 2011

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy nr N N514 087038

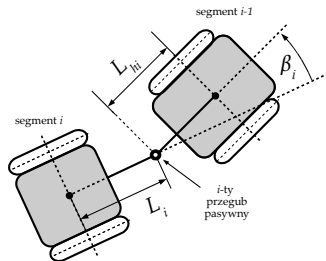
Maciej Michałek

Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów
Politechnika Poznańska

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

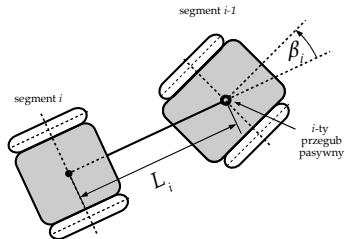
- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

Zasadnicze rozróżnienie – dwa sposoby mocowania przyczep



$$L_{hi} > 0$$

mocowanie pozaosiowe (pO)
(ang. off-axle)



$$L_{hi} = 0$$

mocowanie osiowe (O)
(ang. on-axle)

Rodzaje pojazdów N-przyczepowych:

- Ogólny Pojazd N-Przyczepowy (OPNP): ciągnik (monocykl) + pO/O + ... + pO + ... + pO/O
- Standardowy Pojazd N-Przyczepowy (SPNP): ciągnik (monocykl) + O + O + ... + O

1 Argumenty teoretyczne

- SPNP i OPNP trudnymi obiektami sterowania
(nieliniowe, nieholonomiczne, niestabilne w ruchu tyłem)
- dla SPNP większość rozwiązań wynika transformacji modelu do postaci łańcuchowej
(lokalność metody, potencjalne trudności w strojeniu sterownika – problem jakości sterowania w przestrzeni oryginalnej)
- szczególne trudności dla modelu OPNP
(model nie jest linearyzowalny sprzężeniem zwrotnym dla $N \geq 2$, nieminimalnofazowość w ruchu przodem)
- otwarte problemy
(sterowanie z ograniczeniami na stan, odporność, uniwersalność sterowników, sterowanie OPNP dla $N \gg 1 \dots$)

2 Argumenty praktyczne

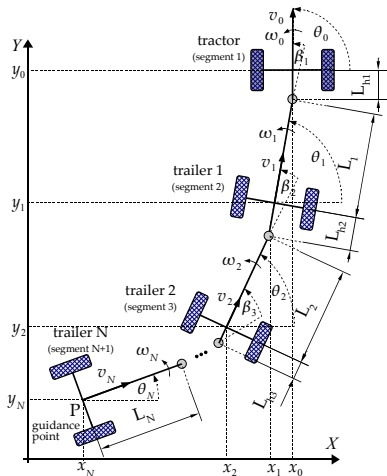
- liczne zastosowania pojazdów przegubowych (w tym z przyczepami)
- manewry pojazdami przegubowymi – częste i uciążliwe w praktyce
- nieintuicyjne i złożone manewry pojazdami wielosegmentowymi

SPNP: Standardowy Pojazd N-Przyczepowy (ang. *standard N-trailer vehicle*)

OPNP: Ogólny Pojazd N-Przyczepowy (ang. *general N-trailer vehicle*)

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych**
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

Ogólny pojazd N-przyczepowy (OPNP): podstawowe definicje



$L_i > 0$ – długość i -tej przyczepy
 L_{hi} – odsunięcie i -tego przegubu

Wektor konfiguracji pojazdu

$$\mathbf{q} = [\beta_1 \dots \beta_N \theta_N x_N y_N]^T \in \mathbb{R}^{N+3} \quad (1)$$

Wektor konfiguracji ostatniego segmentu

$$\bar{\mathbf{q}} = [\theta_N x_N y_N]^T \in \mathbb{R}^3 \quad (2)$$

Wektor wejść sterujących

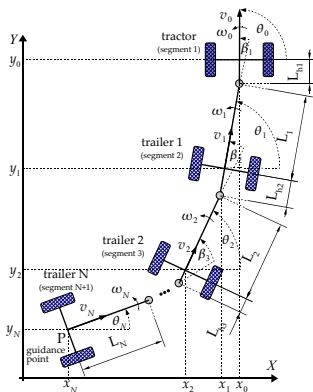
$$\mathbf{u}_0 = [\omega_0 v_0]^T \in \mathbb{R}^2 \quad (3)$$

Punkt wyróżniony P (ang. guidance point)

$$P = (x_N, y_N) \quad (4)$$

OPNP $\xrightarrow{L_{hi}=0 \forall i}$ SPNP

Rekurencyjna (kaskadowa) postać modelu OPNP



Równania kinematyki OPNP:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i \quad (5)$$

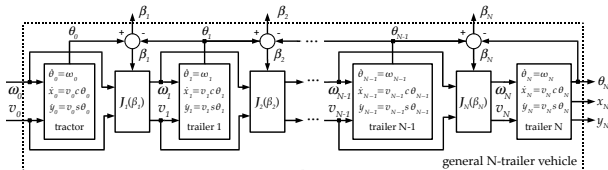
$$\dot{x}_i = v_i \cos \theta_i \quad (6)$$

$$\dot{y}_i = v_i \sin \theta_i \quad (7)$$

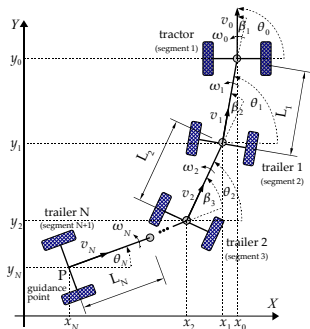
ω_i, v_i – wirtualne sterowania i -tego segmentu

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{L_{hi}}{L_i} \cos \beta_i & \frac{1}{L_i} \sin \beta_i \\ L_{hi} \sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix}}_{J_i(\beta_i) \leftarrow \text{odwracalna } \forall \beta_i} \begin{bmatrix} \omega_{i-1} \\ v_{i-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\beta_i = \theta_{i-1} - \theta_i \quad (9)$$



Rekurencyjna (kaskadowa) postać modelu SPNP



Równania kinematyki SPNP:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i \quad (10)$$

$$\dot{x}_i = v_i \cos \theta_i \quad (11)$$

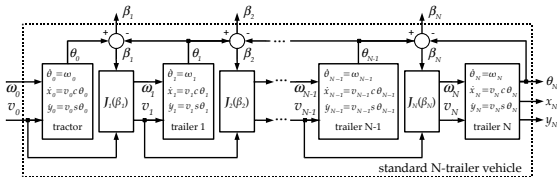
$$\dot{y}_i = v_i \sin \theta_i \quad (12)$$

ω_i, v_i – wirtualne sterowania i -tego segmentu

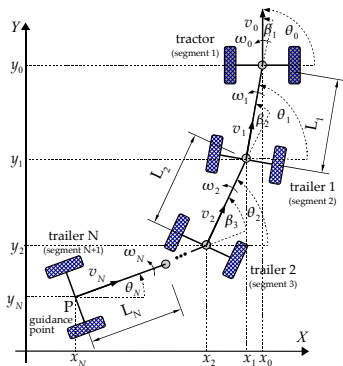
$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_i} \sin \beta_i \\ 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_i(\beta_i)} \begin{bmatrix} \omega_{i-1} \\ v_{i-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{J}_i(\beta_i) \leftarrow$ osobliwa $\forall \beta_i$

$$\beta_i = \theta_{i-1} - \theta_i \quad (14)$$



SPNP – cechy modelu kinematyki



- sterowalny w krótkim czasie* (spełnia LARC)

- silnie nieliniowy

- nieholonomiczny:

$$\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0, \quad \forall i \in [0, N]$$

$$\text{DOF} = \dim(\mathbf{q}) - (N + 1) = N + 3 - N - 1 = 2$$

- ubogi w sterowanie:

$$\dim(\mathbf{q}) - \dim(\mathbf{u}_0) = n - m = N + 3 - 2 = N + 1$$

- osobliwy**, gdy $\exists i \in [1; N-1] : |\beta_i| = \pi/2$

(zmiana stopnia nieholonomiczności)

- strukturalnie niestabilny dla $v_0 < 0$

(efekt składania się pojazdu oraz efekt szczyzoryka – ang. *jackknifing phenomenon*)

- różniczkowo płaski***: wyścia płaskie x_N i y_N

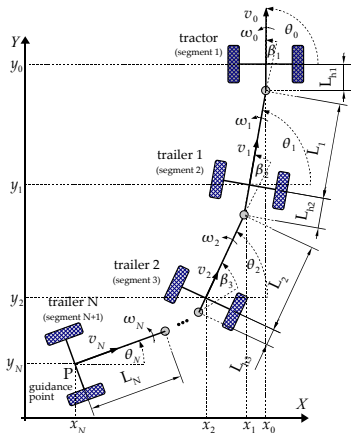
(linearyzowalny sprzężeniem zwrotnym)

*J.P. Laumond: Controllability of a multibody mobile robot, IEEE Trans. Robotics and Automation, 9(6), 1993

**F. Jean: The car with N trailers: characterization of the singular configurations, ESAIM: Control, Optim. Calc. Variations, Vol.1, 1996

*** P. Rouchon et al.: Flatness, motion planning and trailer systems, Proc. of 32nd CDC Conf., San Antonio USA, 1993

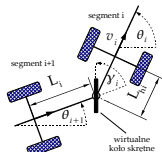
OPNP – specyficzne cechy modelu kinematyki



- osobliwy*, gdy:

$\exists_{i \in [1; N-1]} : |\beta_i| = \pi/2$ lub $\exists_j : |\gamma_j| = \pi/2$, gdzie:

$$\gamma_i = \theta_i - \theta_{i+1} + \arctg(-\dot{\theta}_i L_{hi} / v_i)$$



(zmiana stopnia nieholonomiczności)

- dynamika w torze $\omega_{i-1} \mapsto \theta_i$ nieminimalnofazowa**:

$$G(s) \triangleq \frac{\theta_i(s)}{\omega_{i-1}(s)} \Big|_{v_{i-1} := V > 0} = \frac{1 - \frac{L_{hi}}{V} s}{s(1 + \frac{L_i}{V} s)}$$

- nie jest różniczkowo płaski*** dla $N \geq 2$

(nie jest linearyzowalny sprzężeniem zwrotnym, gdy $N \geq 2$)

*C. Altafini: Some properties of the general n -trailer, Int. Journal of Control 74(4), 2001

** M. Michałek, K. Kozłowski: VFO tracking and set-point control for an articulated vehicle with off-axle hitched trailer, Proc. of ECC, Budapest, 2009

*** P. Rouchon et al.: Flatness, motion planning and trailer systems, Proc. of 32nd CDC Conf., San Antonio USA, 1993

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania**
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

Wektor konfiguracji referencyjnej:

$$\mathbf{q}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{\beta t} \\ \bar{\mathbf{q}}_t \end{bmatrix} = [\beta_{t1} \ \dots \ \beta_{tN} \ \theta_{tN} \ x_{tN} \ y_{tN}]^T \in \mathbb{R}^{N+3}$$

Wektor błędu konfiguracji:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_\beta \\ \bar{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = [e_{\beta 1} \ \dots \ e_{\beta N} \ e_\theta \ e_x \ e_y]^T \triangleq \mathbf{q}_t - \mathbf{q} \quad (15)$$

Wektor błędów kątów w przegubach:

$$\mathbf{e}_\beta \triangleq [\beta_{t1} - \beta_1 \ \dots \ \beta_{tN} - \beta_N]^T \in \mathbb{R}^N \quad (16)$$

Wektor błędu położenia (orientacji i pozycji) ostatniego segmentu:

$$\bar{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} \triangleq \bar{\mathbf{q}}_t - \bar{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \theta_{tN} - \theta_N \\ x_{tN} - x_N \\ y_{tN} - y_N \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad (17)$$

Zadanie sterowania

Śledzenie trajektorii

Dane: $q_t(\tau) \in C^d$ (dopuszczalna)

Założenia:

At1. trajektoria $\bar{q}_t(\tau)$ jest ustawnie pobudzająca:

$$\forall \tau \geq 0 \quad \dot{x}_{tN}^2(\tau) + \dot{y}_{tN}^2(\tau) \neq 0$$

At2. wszystkie elementy wektora q mierzalne

At3. wartości parametrów L_i, L_{hi} dokładnie znane

Sterowanie do punktu

Dane: $q_t = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \bar{q}_t^T]^T = \text{const}$

Założenia:

Ap1. dla ostatniego segmentu: $\bar{e}(0) \neq \mathbf{0}$

Ap2. wszystkie elementy wektora q mierzalne

Ap3. wartości parametrów L_i, L_{hi} dokładnie znane

Zadanie sterowania polega na zaprojektowaniu reguły sterowania ze sprzężeniem zwrotnym $u_0 = u_0(q_t, q, \cdot)$, która zastosowana do kinematyki robota reprezentowanej równaniami (10)-(14) zapewni zbieżność błędu $e = [e_\beta^T \ \bar{e}^T]^T$ w takim sensie, że:

Śledzenie trajektorii

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \|\bar{e}(\tau)\| \leq \delta_1 \quad \text{oraz} \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} |e_{\beta i}(\tau)| \leq \delta_2,$$

Sterowanie do punktu

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \|\bar{e}(\tau)\| \leq \delta_1 \quad \text{oraz} \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} |e_{\beta i}(\tau)| = k\pi$$

przy czym: $\delta_1, \delta_2 \geq 0$ to założone otoczenia zera w przestrzeni uchybu oraz $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

zadanie = **stabilizacja N-tej przyczepy** + **układanie/prostowanie łańcucha**

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP**
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

Propagacja prędkości w kierunku **ciągnik** \rightarrow **przyczepey** (na podstawie kinematyki (10)-(14)):

$$\omega_i = (1/L_i)v_{i-1} \sin \beta_i \quad (18)$$

$$v_i = v_{i-1} \cos \beta_i \quad (19)$$

oraz

$$\beta_i = \theta_{i-1} - \theta_i \quad \Rightarrow \quad \dot{\beta}_i = \dot{\theta}_{i-1} - \dot{\theta}_i = \omega_{i-1} - \omega_i \quad (20)$$

Propagacja prędkości w kierunku **przyczepey** \rightarrow **ciągnik** (na podstawie (18)-(20)):

$$\omega_{i-1} = \omega_i + \dot{\beta}_i \quad (21)$$

$$v_{i-1} = L_i \omega_i \sin \beta_i + v_i \cos \beta_i \quad (22)$$

oraz

$$\beta_i = \text{Atan2c}(L_i \omega_i \cdot v_{i-1}, v_i \cdot v_{i-1}) \in \mathbb{R} \quad (23)$$

$\text{Atan2c}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$

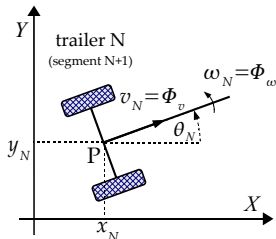
SPNP: wyprowadzenie sterownika kaskadowego (pętla zewnętrzna)

Eksperyment myślowy: uwalniamy ostatnią przyczepę i traktujemy ją jak pojazd typu monocykl o wejściach sterujących ω_N i v_N .

Zakładamy, że dane są funkcje sterujące $\Phi_\omega(\bar{e}, \cdot)$, $\Phi_v(\bar{e}, \cdot)$, które zapewniają asymptotyczne śledzenie trajektorii lub asymptotyczną stabilizację w punkcie dla pojazdu typu monocykl:

$$\text{LTPT: } \omega_N = \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot), v_N = \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \Rightarrow \lim_{\tau \rightarrow \infty} \|\bar{e}(\tau)\| = \|\bar{q}_t(\tau) - \bar{q}(\tau)\| = 0$$

$$\text{LTPS: } \omega_N = \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot), v_N = \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \Rightarrow \lim_{\tau \rightarrow \infty} \|\bar{e}(\tau)\| = \|\bar{q}_t - \bar{q}(\tau)\| = 0$$

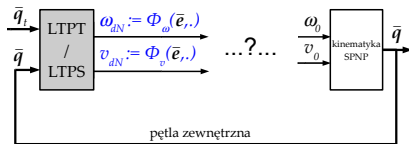


LTPT: Last-Trailer Posture Tracker, LTPS: Last-Trailer Posture Stabilizer

SPNP: wyprowadzenie sterownika kaskadowego (pętla zewnętrzna)

Skoro w SPNP **nie możemy bezpośrednio wymusić** spełnienia równań $\omega_N = \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot)$ oraz $v_N = \Phi_v(\bar{e}, \cdot)$, zatem proponujemy przyjąć:

$$\omega_{dN} := \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot), \quad v_{dN} := \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \quad (24)$$



Jak zapewnić, aby $(\omega_{dN} - \omega_N) \rightarrow 0$ oraz $(v_{dN} - v_N) \rightarrow 0$?

⇓

Realizacja $(\omega_{dN} - \omega_N) \rightarrow 0$ oraz $(v_{dN} - v_N) \rightarrow 0$ możliwa poprzez odpowiedni ruch segmentu $N - 1$, który wynika z ruchu segmentu $N - 2 \dots$, który ostatecznie wynika z ruchu modułu 0 czyli modułu ciągnika (aktywny segment pojazdu SPNP).

SPNP: wyprowadzenie sterownika kaskadowego (pętle wewnętrzne)

Propozycja procedury projektowej

K1. propagacja prędkości zadanych oraz kąt zadany w złączu (na podstawie (21)-(23)):

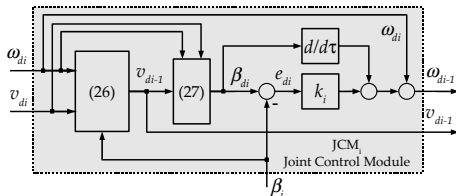
$$\omega_{di-1} \triangleq \omega_{di} + [\dot{\beta}_i]_d \quad (25)$$

$$v_{di-1} \triangleq L_i \omega_{di} \sin \beta_i + v_{di} \cos \beta_i \quad (26)$$

$$\beta_{di} \triangleq \text{Atan2c}(L_i \omega_{di} \cdot v_{di-1}, v_{di} \cdot v_{di-1}) \in \mathbb{R} \quad (27)$$

K2. konstrukcja i -tej wewnętrznej pętli sprzężenia zwrotnego:

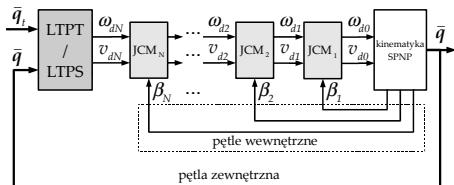
$$[\dot{\beta}_i]_d \triangleq k_i(\beta_{di} - \beta_i) + \dot{\beta}_{di} = k_i e_{di} + \dot{\beta}_{di}, \quad k_i > 0 \quad (28)$$



$k_i > 0 \leftarrow$ parametr projektowy

SPNP: schemat układu sterowania kaskadowego

Równania sterownika:



\bar{q} – wyjście systemu

β_i – wyjścia pomocnicze

$$v_{dN} := \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \quad (29)$$

$$\omega_{dN} := \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot) \quad (30)$$

$$v_{dN-1} := L_N \omega_{dN} \sin \beta_N + v_{dN} \cos \beta_N \quad (31)$$

$$\beta_{dN} := \text{Atan2c} \left(L_N \omega_{dN} v_{dN-1}, v_{dN} v_{dN-1} \right) \quad (32)$$

$$\omega_{dN-1} := k_N (\beta_{dN} - \beta_N) + \dot{\beta}_{dN} + \omega_{dN} \quad (33)$$

⋮

$$v_{d1} := L_2 \omega_{d2} \sin \beta_2 + v_{d2} \cos \beta_2 \quad (34)$$

$$\beta_{d2} := \text{Atan2c} (L_2 \omega_{d2} v_{d1}, v_{d2} v_{d1}) \quad (35)$$

$$\omega_{d1} := k_2 (\beta_{d2} - \beta_2) + \dot{\beta}_{d2} + \omega_{d2} \quad (36)$$

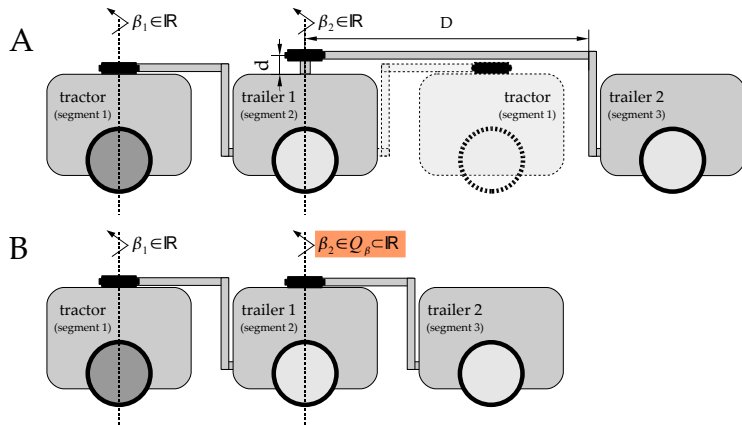
$$v_{d0} := L_1 \omega_{d1} \sin \beta_1 + v_{d1} \cos \beta_1 \quad (37)$$

$$\beta_{d1} := \text{Atan2c} (L_1 \omega_{d1} v_{d0}, v_{d1} v_{d0}) \quad (38)$$

$$\omega_{d0} := k_1 (\beta_{d1} - \beta_1) + \dot{\beta}_{d1} + \omega_{d1} \quad (39)$$

Pozostają do określenia jawne postaci funkcji sterujących $\Phi_v(\bar{e}, \cdot)$ oraz $\Phi_\omega(\bar{e}, \cdot)$...

Efekt składania łańcucha kinematycznego pojazdu SPNP



A: konstrukcja mechanicznie dopuszczająca składanie się pojazdu ($\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$)

B: konstrukcja z mechanicznym ograniczeniem drugiego kąta skręcenia ($\beta_2 \in Q_\beta \subsetneq \mathbb{R}$)

Efekt składania łańcucha kinematycznego pojazdu SPNP

Przedstawiona postać równań dopuszcza występowanie efektu składania pojazdu, ponieważ:

$$\beta_{di} \triangleq \text{Atan2c} \left(\underbrace{L_i \omega_{di} \cdot v_{di-1}}_{\in \mathbb{R}}, \underbrace{v_{di} \cdot v_{di-1}}_{\in \mathbb{R}} \right) \in \mathbb{R}$$

Propozycja unikania efektu składania:

$$v_{di-1} \triangleq \sigma |L_i \omega_{di} \sin \beta_i + v_{di} \cos \beta_i|, \quad \sigma \in \{-1, +1\} \quad (40)$$

wówczas

$$\beta_{di} \triangleq \text{Atan2c} \left(\underbrace{L_i \omega_{di} \cdot v_{di-1}}_{\in \mathbb{R}}, \underbrace{v_{di} \cdot v_{di-1}}_{\in \mathbb{R}^+ \text{ gdy } \text{sgn}(v_{di}) = \sigma} \right) \in ?$$

Skuteczność propozycji (40) zależy od własności sterownika pętli zewnętrznej (LTPT/LTPS).
Poza modyfikacją (40) pozostałe równania sterownika nie ulegają zmianie.

σ to zmienna decyzyjna, której wartość wybierana jest w odniesieniu do własności sterownika pętli zewnętrznej (LTPT/LTPS)

1 Nieciągłość algorytmu

Definicja $\beta_{di}(\tau_I) = \text{Atan2c}(A(\tau_I), B(\tau_I))$ nieokreślona, gdy $A(\tau_I) = B(\tau_I) = 0$.

Propozycja: w chwilach τ_I przyjąć $\beta_{di}(\tau_I) := \beta_{di}^- = \lim_{\tau \rightarrow \tau_I^-} \beta_{di}(\tau)$. Alternatywnie:

$$\text{IF } (A^2 + B^2 \leq \epsilon) \text{ AND } (\|\bar{e}\| \geq \epsilon_e) \text{ THEN } \beta_{di} := \beta_{di}^-$$

2 Realizacja sprzężeń wyprzedzających $\dot{\beta}_{di}$

- analityczna wynikająca z formalnego zróżniczkowania β_{di}
(wymaga pochodnych ω_{di} oraz v_{di})
- numeryczna z zastosowaniem *dokładnych odpornych różniczkowatorów*
(ang. *exact robust differentiators**)
- numeryczna aproksymacja poprzez filtrację: $\dot{\beta}_{di} \approx \dot{\beta}_{diF} = \mathcal{L}^{-1} \{s\beta_{di}(s)/(1 + sT_F)\}$
(aproksymacja zwykle pogarsza dokładność śledzenia w stanie ustalonym)

3 Zasada syntezy pętli wewnętrznych – reguła heurystyczna:

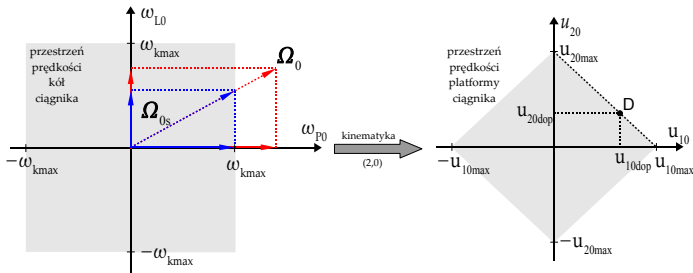
$$k_i > k_{i+1} \quad (41)$$

Wybór wartości $k_i > 0$ jako kompromis między sztywnością pętli wewnętrznych a wrażliwością układu zamkniętego na szumy pomiarowe oraz tolerancją ograniczeń sygnałów sterujących (prędkości kół ciągnika).

* A. Levant: Robust exact differentiation via sliding mode technique, Automatica, 34(3), 1998

Ograniczenia sterowania

$\omega_{k \max}$ – maksymalna dopuszczalna prędkość kątowna koła ciągnika (kinematyka (2,0))



$$\mathbf{\Omega}_0 = \begin{bmatrix} b/(2r) & 1/r \\ -b/(2r) & 1/r \end{bmatrix} \mathbf{u}_0, \quad \mathbf{u}_0 = [u_{10} \ u_{20}]^T = [\omega_0 \ v_0]^T, \quad \mathbf{\Omega}_0 = [\omega_{P0} \ \omega_{L0}]^T$$

b : rozstaw kół ciągnika, r : promień koła ciągnika

Procedura skalowania prędkości:

$$\mathbf{u}_{0s} = \frac{1}{s} \mathbf{u}_0, \quad s \triangleq \max \left\{ 1; \frac{|\omega_{P0}|}{\omega_{k \max}}; \frac{|\omega_{L0}|}{\omega_{k \max}} \right\} \geq 1 \quad (42)$$

Składowe przeskalowanego sterowania \mathbf{u}_{0s} są już realizowalne fizycznie.

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO**
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

Sterownik VFO jako LTPT lub LTPS - równania

Równania sterownika VFO zapisane dla ostatniej (N-tej) przyczepy:

$$\Phi_\omega \triangleq k_a e_a + \dot{\theta}_a \quad (43)$$

$$\Phi_v \triangleq h_x \cos \theta_N + h_y \sin \theta_N \quad (44)$$

Śledzenie trajektorii (LTPT)

$$h_x = k_p e_x + v_x, \quad v_x = \dot{x}_t \quad (45)$$

$$h_y = k_p e_y + v_y, \quad v_y = \dot{y}_t \quad (46)$$

$$e_x = x_{tN} - x_N, \quad e_y = y_{tN} - y_N \quad (47)$$

$$e_a = \theta_a - \theta_N \quad (48)$$

$$\theta_a = \text{Atan2c}(\sigma \cdot h_y, \sigma \cdot h_x) \quad (49)$$

$$\dot{\theta}_a = (\dot{h}_y h_x - h_y \dot{h}_x) / (h_x^2 + h_y^2) \quad (50)$$

$$\sigma \triangleq \text{sgn}(u_{2t}(\tau)) \quad (51)$$

Sterowanie do punktu (LTPS)

$$h_x = k_p e_x + v_x, \quad v_x = -\eta \sigma \|\bar{e}^*\| \cos \theta_{tN} \quad (52)$$

$$h_y = k_p e_y + v_y, \quad v_y = -\eta \sigma \|\bar{e}^*\| \sin \theta_{tN} \quad (53)$$

$$e_x = x_{tN} - x_N, \quad e_y = y_{tN} - y_N \quad (54)$$

$$e_a = \theta_a - \theta_N \quad (55)$$

$$\theta_a = \text{Atan2c}(\sigma \cdot h_y, \sigma \cdot h_x) \quad (56)$$

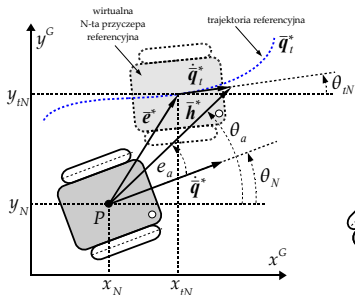
$$\dot{\theta}_a = (\dot{h}_y h_x - h_y \dot{h}_x) / (h_x^2 + h_y^2) \quad (57)$$

$$\sigma \triangleq \text{sgn}(e_{x0} \cos \theta_{tN} + e_{y0} \sin \theta_{tN}) \quad (58)$$

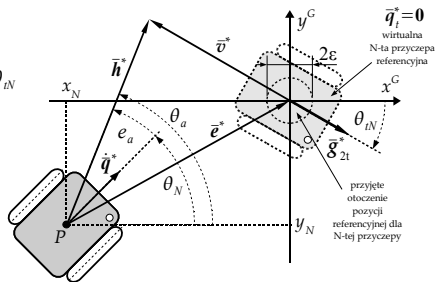
Współczynniki projektowe: $k_a, k_p > 0, \eta \in (0, k_p)$

Postaci zmiennej decyzyjnej σ zdefiniowane w (51) i (58) są wykorzystywane w ramach modyfikacji (40) algorytmu sterowania kaskadowego.

śledzenie trajektorii ($k_p = 1$)



sterowanie do punktu ($k_p = 1$)



$$\bar{h}^* = [h_x \ h_y]^T, \quad \bar{e}^* = [e_x \ e_y]^T, \quad \bar{v}^* = [v_x \ v_y]^T, \quad \dot{\bar{q}}^* = [\dot{x}_N \ \dot{y}_N]^T, \quad \bar{g}_{2t}^* = [\cos \theta_{tN} \ \sin \theta_{tN}]^T$$

- Gwarancja ruchu nieoscylacyjnego, *prawie* bez zmiany znaku prędkości postępowej
(możliwa co najwyżej jedna zmiana znaku w stanie przejściowym \Rightarrow skuteczność propozycji (40))
- Efekt naprowadzania N-tej przyczepty przydatny w prostowaniu łańcucha SPNP
- Prostota strojenia sterownika VFO:
 - K1. $k_p \in (0, 5]$
jako kompromis między szybkością zbieżności a wrażliwością na szумы pomiarowe i opóźnienia w pętli sprzężenia
 - K2. $k_a := 2k_p$
ponieważ proces orientowania jest kluczowy i istotniejszy od procesu popychania
 - K3. $\eta \in (0, k_p)$
zgodnie z żądaną intensywnością efektu naprowadzania (tym większa intensywność im mniejsze $k_p - \eta$)
- Gwarancja asymptotycznej zbieżności błędów do zera dla zadania śledzenia oraz sterowania do punktu*

*M. Michałek, K. Kozłowski: Vector-Field-Orientation feedback control method for a differentially driven vehicle, IEEE Trans. Control Sys. Techn., 18(1), 2010

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP**
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe

SPNP: śledzenie trajektorii złożonej (ruch tyłem)

Warunki symulacji

$$q(0) = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ 0 \ -0.3]^T$$

$$q_t(0) = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ -1 \ 0]^T$$

$$\omega_{3t} = 0.15(1 + \sin 0.5\tau) \text{ rad/s}, \quad v_{3t} = -0.2 \text{ m/s}$$

$$\beta_{d1} := \beta_{d1F}, \quad T_F = 0.05 \text{ s} \quad \beta_{d2,3} := 0$$

Wartości parametrów

$$L_1 = L_2 = L_3 = 0.25 \text{ m}$$

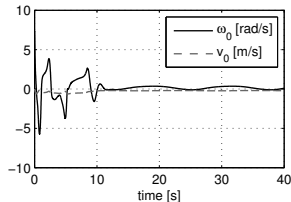
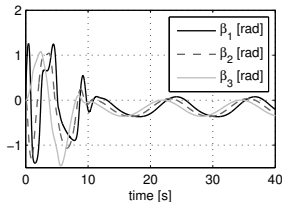
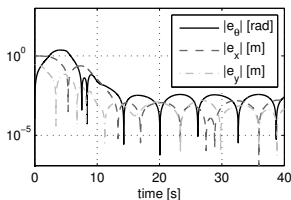
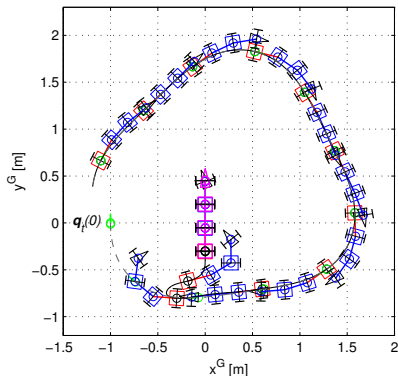
$$k_1 = 50, \quad k_2 = 20, \quad k_3 = 5, \quad \epsilon = 0.0001$$

$$k_a = 2, \quad k_p = 1, \quad \epsilon_h = 0.0001$$

$$\omega_{k \max} = 8\pi \text{ rad/s}, \quad b = 0.17 \text{ m}, \quad r = 0.025 \text{ m}$$

Animacje: [S2RMPMovie.gif](#) [S2FoldRMPMovie.gif](#)

TRAJECTORY TRACKING + VFO for LTPT



Warunki symulacji

$$q(0) = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ 0 \ 0]^T$$

$$q_t = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ -1 \ 0]^T$$

$$\omega_{3t} = v_{3t} \equiv 0$$

$$\dot{\beta}_{d1} := \dot{\beta}_{d1F}, \quad T_F = 0.05 \text{ s} \quad \dot{\beta}_{d2,3} := 0$$

Wartości parametrów

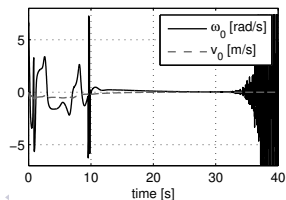
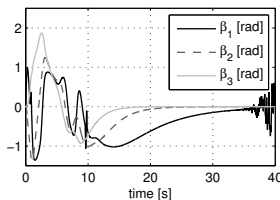
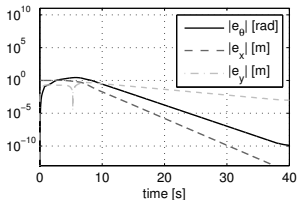
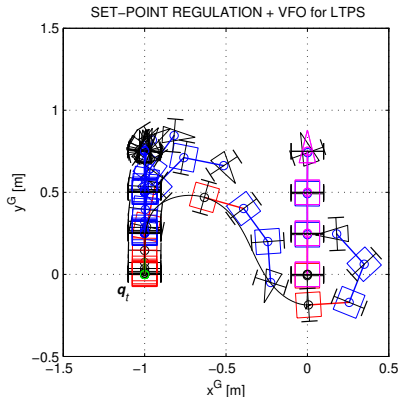
$$L_1 = L_2 = L_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$k_1 = 50, \quad k_2 = 20, \quad k_3 = 5, \quad \epsilon = 0.0001$$

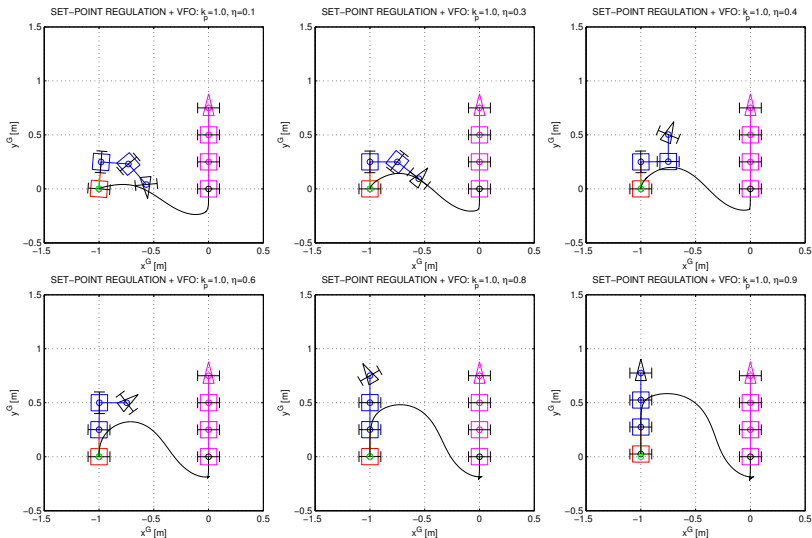
$$k_a = 2, \quad k_p = 1, \quad \eta = 0.8, \quad \epsilon_h = 0.0$$

$$\omega_{k \max} = 8\pi \text{ rad/s}, \quad b = 0.17 \text{ m}, \quad r = 0.025 \text{ m}$$

Animacje: [S3RMPMovie.gif](#) [S3FoldRMPMovie.gif](#)



SPNP: wpływ efektu naprowadzania na prostowanie pojazdu



Czasy trwania poszczególnych symulacji:

$\tau_h \approx 29$ s dla $\eta = 0.1, \eta = 0.3, \eta = 0.4$ oraz $\tau_h = 40$ s dla $\eta = 0.6, \eta = 0.8, \eta = 0.9$.

- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP**
- 8 Uwagi końcowe

Propagacja prędkości w kierunku **ciągNIK** → **przyczePY** (na podstawie kinematyki (8)):

$$\begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{L_{hi}}{L_i} \cos \beta_i & \frac{1}{L_i} \sin \beta_i \\ L_{hi} \sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix}}_{J_i(\beta_i)} \begin{bmatrix} \omega_{i-1} \\ v_{i-1} \end{bmatrix} \quad (59)$$

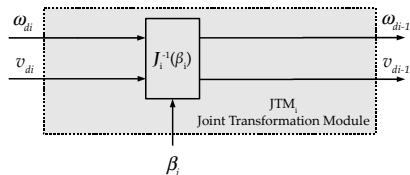
Propagacja prędkości w kierunku **przyczePY** → **ciągNIK** (na podstawie (59)):

$$\begin{bmatrix} \omega_{i-1} \\ v_{i-1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{L_i}{L_{hi}} \cos \beta_i & \frac{1}{L_{hi}} \sin \beta_i \\ L_i \sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix}}_{J_i^{-1}(\beta_i)} \begin{bmatrix} \omega_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\det(J_i(\beta_i)) = -L_{hi}/L_i$$

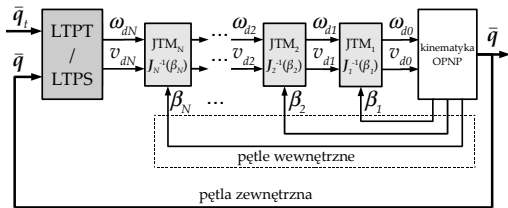
Transformacja prędkości zadanych (na podstawie (60)):

$$\begin{bmatrix} \omega_{di-1} \\ v_{di-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_i}{L_{hi}} \cos \beta_i & \frac{1}{L_{hi}} \sin \beta_i \\ L_i \sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{di} \\ v_{di} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i^{-1}(\beta_i) \begin{bmatrix} \omega_{di} \\ v_{di} \end{bmatrix} \quad (61)$$



$\text{JTM}_i \Rightarrow$ odwzorowanie algebraiczne (brak dynamiki)

OPNP: schemat układu sterowania w przypadku $N \times pO$



\bar{q} – wyjście systemu
 β_i – wyjścia pomocnicze

W tym przypadku obwody podrzędne nie wprowadzają dodatkowej dynamiki \Leftarrow nieliniowe odwzorowanie statyczne zależne od bieżącej konfiguracji.

Równania sterownika:

$$v_{dN} := \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \quad (62)$$

$$\omega_{dN} := \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot) \quad (63)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{dN-1} \\ v_{dN-1} \end{bmatrix} := J_N^{-1}(\beta_N) \begin{bmatrix} \omega_{dN} \\ v_{dN} \end{bmatrix} \quad (64)$$

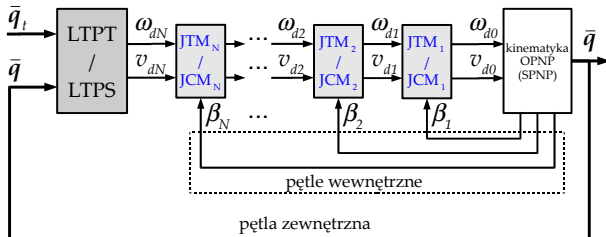
\vdots

$$\begin{bmatrix} \omega_{d0} \\ v_{d0} \end{bmatrix} := J_1^{-1}(\beta_1) \begin{bmatrix} \omega_{d1} \\ v_{d1} \end{bmatrix} \quad (65)$$

\Downarrow

$$\begin{bmatrix} \omega_{d0} \\ v_{d0} \end{bmatrix} = \left(\prod_{i=1}^N J_i^{-1}(\beta_i) \right) \begin{bmatrix} \Phi_\omega(\bar{e}, \cdot) \\ \Phi_v(\bar{e}, \cdot) \end{bmatrix} \quad (66)$$

OPNP (SPNP): schemat układu sterowania w przypadku ogólnym



JTM_i ← gdy i -ty przegub jest typu pO

JCM_i ← gdy i -ty przegub jest typu O

OPNP: śledzenie trajektorii złożonej (ruch tyłem dla $N \times pO$)

Warunki symulacji

$$q(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 2\pi \ -1.5 \ -0.5]^T$$

$$q_t(0) = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ -1 \ 0]^T$$

$$\omega_{3t} = 0.15(1 + \sin 0.5\tau) \text{ rad/s}, \quad v_{3t} = -0.2 \text{ m/s}$$

Wartości parametrów

$$L_1 = 0.35 \text{ m}, \quad L_2 = L_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$L_{h1} = 0.1 \text{ m}, \quad L_{h2} = 0.2 \text{ m}, \quad L_{h3} = 0.1 \text{ m}$$

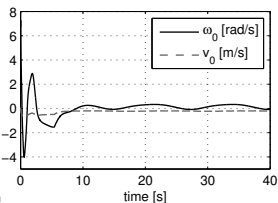
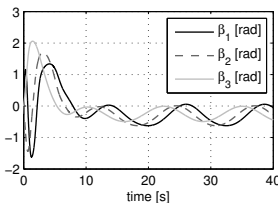
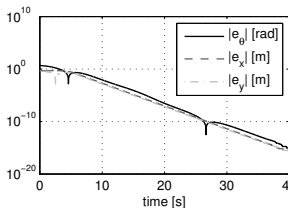
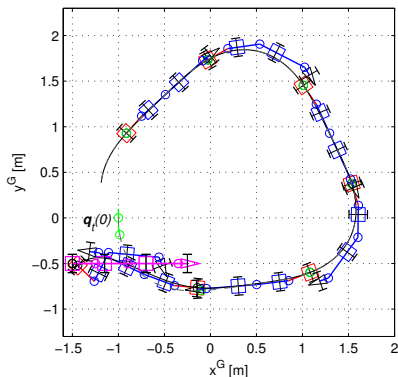
$$k_a = 2, \quad k_p = 1, \quad \epsilon_h = 0.0001$$

$$\omega_{k \max} = 8\pi \text{ rad/s}, \quad b = 0.17 \text{ m}, \quad r = 0.025 \text{ m}$$

Animacje: [S6RMPMovie.gif](#) [S6FoldRMPMovie.gif*](#)

* ruch przodem przyczepy referencyjnej ($v_{3t} = +0.2 \text{ m/s}$)

TRAJECTORY TRACKING + VFO for LTPT



Warunki symulacji

$$q(0) = [0 \ 0 \ 0 \ -\pi \ 2 \ 0]^T$$

$$q_t = [0 \ 0 \ 0 \ \pi/2 \ -1 \ 0]^T$$

$$\omega_{3t} = v_{3t} \equiv 0$$

Wartości parametrów

$$L_1 = 0.35 \text{ m}, \quad L_2 = L_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$L_{h1} = 0.1 \text{ m}, \quad L_{h2} = 0.2 \text{ m}, \quad L_{h3} = 0.1 \text{ m}$$

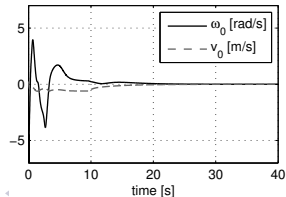
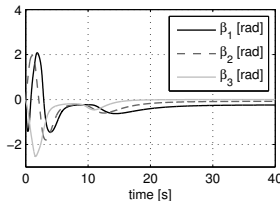
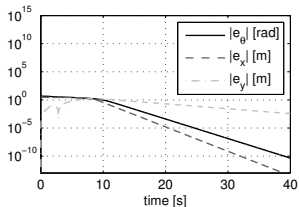
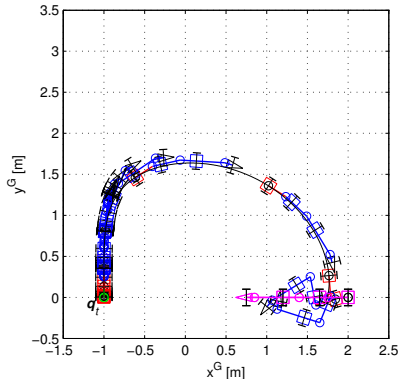
$$k_a = 2, \quad k_p = 1, \quad \eta = 0.8, \quad \epsilon_h = 0.0$$

$$\omega_{k \max} = 8\pi \text{ rad/s}, \quad b = 0.17 \text{ m}, \quad r = 0.025 \text{ m}$$

Animacje: [S7RMPMovie.gif](#) [S7FoldRMPMovie.gif*](#)

* żądany ruch przodem dla ostatniej przyczepy ($\sigma := +1$)

SET-POINT REGULATION + VFO for LTPS



- 1 Wprowadzenie
- 2 Modele kinematyki pojazdów N-przyczepowych
- 3 Definicja zadania sterowania
- 4 Kaskadowa struktura sterowania dla SPNP
- 5 Wykorzystanie metody VFO
- 6 Wyniki symulacji dla SPNP
- 7 Zastosowanie metody dla OPNP
- 8 Uwagi końcowe**

- 1 Ograniczenie skutków wrażliwości układu zamkniętego w otoczeniu punktu \bar{q}_t
(skutek nieciągłości algorytmu)
- 2 Modyfikacja sterownika dla OPNP w ruchu przodem
(skutek nieminimalnofazowości w ruchu przodem dla $L_{hi} > 0$)
- 3 Badania w zakresie odporności układu zamkniętego
(niepewność parametryczna: $L_{si} \neq L_i$ oraz $L_{shi} \neq L_{hi}$, szumy pomiarowe w sprzężeniu zwrotnym: $q_n = q + n$)
- 4 Przeprowadzenie formalnej analizy stabilności i zbieżności
(twierdzenie o stabilności systemów wzajemnie połączonych – *interconnected systems*)
- 5 Sterowanie z ograniczeniami na stan
(ograniczone kąty w złączach)
- 6 Eksperymentalna weryfikacja metody
(stanowisko laboratoryjne RMP-SW)
- 7 Wykorzystanie metody do realizacji systemu wsparcia kierowców

Dziękuję za uwagę!