

Zaliczenie poprawkowe z algebry (EiT)

1. Obliczyć

$$(\sqrt{3} - i)^{90}$$

2. Rozwiązać równanie $z^3 - 8 = 0$.

3. Obliczyć wyznacznik:
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Obliczyć $f(\mathbf{A})$ dla $f(x) = x^2 - x - 2$ oraz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Układ rozwiązać metodą eliminacji lub wzorami Cramera

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

6. Definicja wymiaru przestrzeni. Jaki jest wymiar przestrzeni generowanej przez wektory $(1, 2, 3, 4)$, $(4, 3, 2, 1)$, $(5, 5, 5, 5)$ (uzasadnić)?

7. Definicja bazy. Podać dwie różne bazy przestrzeni generowanej przez wektory $(1, 2, 3)$, $(4, 3, 2)$, $(1, 1, 1)$ (krótko uzasadnić)

8. Przekształcenie liniowe - definicja. Napisać macierz przekształcenia liniowego $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ określonego warunkami $f(1, 0) = (-3, 2, 4)$, $f(0, 1) = (5, -3, 0)$ i obliczyć $f(1, -1)$.

9. Podać definicję wektora własnego i wartości własnej macierzy. Znaleźć wartości własne macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

10. Kiedy mówimy, że macierze \mathbf{A} i \mathbf{B} są podobne? Jakie mają cechy wspólne?