

PRACA KONTROLNA 1: FUNKCJE

1. Wyrazić objętość walca wpisanego w kulę o promieniu  $R$  jako funkcję:
  - a) promienia podstawy walca  $r$ ;
  - b) wysokości walca  $h$ ;
  - c) kąta  $\alpha$  między promieniem kuli a wysokością walca.
  
2. Znaleźć dziedzinę, przeciwdziedzinę i naszkicować wykresy funkcji.
  - a)  $y = \sqrt{1 - \cos^2 x} + \sin x$
  - b)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$
  
3. Sporządzić wykresy funkcji:
  - a)  $y = \cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$
  - b)  $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ .
  
4. Rozwiązać równanie:
  - a)  $\log_3[\log_5(2x + 1) = 0]$ ;
  - b)  $\log_a x + \log_a(x + 1) = 0$ ;
  
5. Rozwiązać nierówność:  $\log_3^2 x + 3 \log_3 x + 2 < 0$
  
6. Sporządzić na wspólnym rysunku wykresy funkcji
  - a)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
  - b)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
  - c)  $y = \log_2 x$
  - d)  $y = \log_3 x$
  
7. Wykazać tożsamości
  - a)  $\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha}$ .
  - b)  $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$ .
  
8. Rozwiązać równanie:  $\cos 4x = -2 \cos^2 x$
  
9. Rozwiązać nierówność:  $\cos x \geq \frac{1}{2}$