

Wektory

1. Dane są trzy punkty $A(1, 3, -2)$, $B(-5, 2, 1)$ i $C(7, 2, -6)$. Na płaszczyźnie Oxy znaleźć taki punkt D , aby wektor \overrightarrow{CD} był kolinearny z wektorem \overrightarrow{AB} .
2. Dany jest jeden z wierzchołków trójkąta $A(2, -5, 3)$ i wektory boków $\overrightarrow{AB} = [4, 1, 2]$ i $\overrightarrow{BC} = [3, -2, 5]$. Znaleźć pozostałe wierzchołki i wektor \overrightarrow{CA} .
3. Dane są dwa wektory $\overrightarrow{AB} = [1, 2, 2]$ i $\overrightarrow{AC} = [3, -6, 6]$. Znaleźć wektor jednostkowy \overrightarrow{AD} dzielący na połowy kąt między wektorami \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .
4. Znaleźć cosinusy kierunkowe wektora $\vec{a} = [1, -1, 2]$. Odp. $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}$.

Iloczyn skalarny

5. Obliczyć iloczyn skalarny wektorów $\vec{a} = [1, -3, 2]$ i $\vec{b} = [2, 4, -3]$.
6. Obliczyć kąt między wektorami $\vec{a} = [2, 3, -1]$ i $\vec{b} = [13, -6, 8]$.
7. Znaleźć wektor jednostkowy prostopadły jednocześnie do wektora $\vec{a} = [3, 6, 8]$ i do osi Ox .

Iloczyn wektorowy

8. Dane są trzy punkty $A(2, 1, -2)$, $B(-5, 1, 0)$ i $C(3, 2, -2)$. Znaleźć współrzędne wektora $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.
9. Obliczyć pole równoległoboku zbudowanego na wektorach $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
10. Dane są wierzchołki trójkąta $A(-3, 1, -1)$, $B(6, -2, -5)$, $C(1, -2, -1)$. Obliczyć długość wysokości opuszczonej z wierzchołka B na bok AC .
11. Znaleźć wektor \vec{m} leżący w płaszczyźnie xOy , prostopadły do wektora $\vec{a} = [5, -3, 4]$ i mający długość równą długości wektora \vec{a} .
Odp. $\vec{m}_1 = \frac{5}{\sqrt{17}}[3, 5, 0]$, $\vec{m}_2 = -\frac{5}{\sqrt{17}}[3, 5, 0]$
12. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach $A(3, 4, -3)$, $B(6, 2, 3)$ i $C(0, -1, 5)$.
Odp. 24,5
13. Objętość czworościanu $ABCD$ o trzech danych wierzchołkach $A(2, 0, -1)$, $B(3, -1, 1)$, $C(2, -2, 3)$ jest równa 5. Znaleźć współrzędne czwartego wierzchołka D wiedząc, że leży na osi Oy . Odp. $D_1(0, -8, 0)$, $D_2(0, 7, 0)$.
14. W punkcie $A = (3, -1, 5)$ przyłożono siłę $\vec{F} = [2, 5, -4]$. Wyznaczyć moment tej siły względem punktu $B = (1, -2, 3)$. Odp. $[-14, 12, 8]$
15. Dane są trzy siły $\vec{a} = [3, 2, -1]$, $\vec{b} = [-4, 1, 3]$, $\vec{c} = [2, -1, -3]$ przyłożone w punkcie $M = (-1, 4, -2)$. Obliczyć długość i cosinusy kierunkowe momentu wypadkowej tych sił względem punktu $N = (2, 3, -1)$.
Odp. moment $[1, -4, -7]$.

Iloczyn mieszany

16. Dane są trzy wektory $\vec{a} = [2, 1, -2]$, $\vec{b} = [2, 1, 0]$ i $\vec{c} = [-1, 0, -2]$. Obliczyć $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$.
17. Obliczyć objętość czworościanu zbudowanego na wektorach $\vec{a} = [1, 3, 0]$, $\vec{b} = [3, 2, -1]$, $\vec{c} = [-4, 2, -3]$.
18. Obliczyć objętość czworościanu $ABCD$, gdy $A(-2, 1, -3)$, $B(4, -2, -5)$, $C(1, -3, -1)$, $D(-1, 0, 4)$.