

PYTANIA NA SPRAWDZIANY Z ALGEBRY: EiT.

Trzy sprawdziany po 25 minut. Pytania będą wybrane z poniższych haseł, ale dopuszczalne są drobne zmiany sformułowań.

1. Definicja ciała liczbowego. Przykłady.
2. Definicja ciała.
3. Ciała skończone i arytmetyka mod  $p$ . Tabelki dodawania i mnożenia dla  $\mathbb{Z}_p$ .
4. Definicja, interpretacja i własności modułu liczby zespolonej  $z = a + bi$ .
5. Nierówność trójkąta i jej geometryczne objaśnienie.
6. Niech  $z, z_0 \in \mathbb{C}$ . Zinterpretować geometrycznie  $z - z_0$  (wektor) i  $|z - z_0|$  (liczba). Jaki zbiór opisuje równanie  $|z - z_0| = r$ ,  $r > 0$ , a jaki nierówność  $|z - z_0| < r$ ? Podać opisy werbalne i rysunki.
7. Co to jest argument liczby zespolonej i jak go obliczamy? Twierdzenie o argumentcie iloczynu i ilorazu.
8. Co to jest postać trygonometryczna liczby zespolonej?
9. Działania na liczbach w postaci trygonometrycznej i wzór de Moivre'a.
10. Symbol  $e^{i\phi}$  — definicja i własności.
11. Wzory Eulera.
12. Definicja pierwiastka stopnia  $n$ . Obliczanie pierwiastków stopnia 2.
13. Wzory na pierwiastki stopnia  $n$ . Interpretacja pierwiastków na płaszczyźnie Gaussa.
14. Zasadnicze twierdzenie algebry.
15. Wyjaśnij pojęcia: macierz, macierz dolnotrójkątna, diagonalna, symetryczna.
16. Definicja iloczynu macierzy i jego własności.
17. Co to jest minor, a co dopełnienie algebraiczne?
18. Co nazywamy rozwinięciem Laplace'a wyznacznika?
19. Własności wyznacznika.
20. Układ Cramera. Twierdzenie Cramera.
21. W jakim sensie wektor określa płaszczyznę w przestrzeni? Równanie ogólne płaszczyzny.
22. Prosta w przestrzeni i jej wektor kierunkowy. Równania parametryczne prostej.
23. Standardowy iloczyn skalarny wektorów i jego zastosowania w geometrii.
24. Aksjomatyczna definicja przestrzeni liniowej. Przykład przestrzeni, której wektorami są funkcje.
25. Kombinacja liniowa wektorów. Liniowa niezależność wektorów.
26. Sprawdzanie liniowej niezależności wektorów przy pomocy wyznacznika: kiedy jest możliwe i jak to się robi?
27. Podprzestrzeń generowana przez zbiór wektorów — opis podstawowy i opis konstruktywny.
28. Wymiar i baza przestrzeni.
29. Podać definicję współrzędnych wektora w bazie. Znaleźć współrzędne wektora  $(2, 1)$  w bazie  $\{(1, -1), (0, 1)\}$ .
30. Metoda eliminacji Gaussa (opis algorytmu).
31. Rząd macierzy: definicja i obliczanie.
32. Twierdzenie Kroneckera–Capellego.
33. Definicja przekształcenia liniowego. Przykład.
34. Macierz przekształcenia.
35. Złożenie przekształceń i przekształcenie odwrotne. Macierz złożenia.
36. Macierz odwrotna — definicja, sposoby obliczania.
37. Układ równań zapisany w postaci równania macierzowego. Rozwiązywanie równania macierzowego.
38. Wektory i wartości własne macierzy: definicje, sposób obliczania.
39. Twierdzenie o istnieniu wektorów własnych.
40. Twierdzenie o wartościach i wektorach własnych macierzy symetrycznej i wnioski z niego.
41. Kiedy dwie macierze są podobne? Jakie wspólne własności mają?
42. Na czym polega przewaga macierzy symetrycznych nad zwykłymi macierzami?
43. Jak tworzy się macierz diagonalną podobną do danej?
44. Co to jest diagonalizacja macierzy? Jakie ma znaczenie i czy zawsze jest możliwa?
45. Aksjomatyczne określenie iloczynu skalarnego. Przykład niestandardowego iloczynu.
46. Norma wektora. Ortogonalność wektorów.
47. Nierówność Schwarz'a w postaci ogólnej i dla standardowego iloczynu skalarnego.
48. Nierówność trójkąta i tożsamość równoległoboku.
49. Baza ortogonalna. Współrzędne wektora w bazie ortogonalnej (twierdzenie o rozwinięciu).
50. Macierz ortogonalna. Czy macierz  $\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$  jest ortogonalna?
51. Własności macierzy ortogonalnych.